Die Grenzwertregeln von L'Hospital

Im Folgenden seien f, g und h Funktionen mit der Bedingung: $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

1. Regel von L'Hospital

Voraussetzungen:

(1) $g(x_0) = h(x_0) = 0$ (2) $g'(x_0)$ und $h'(x_0)$ existieren (3) $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{g'(x)}{h'(x)} \in \mathbb{R}$ existiert

Behauptung:

$$\boxed{\lim_{x \to x_0} \frac{g(x)}{h(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{g'(x)}{h'(x)}}$$

2. Regel von L'Hospital

Voraussetzungen:

(1) $\lim\limits_{x \to \infty} g(x) = \lim\limits_{x \to \infty} h(x) = 0$ (2) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{g'(x)}{h'(x)} \in \mathbb{R}$ existiert

Behauptung:

$$\boxed{\lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{h(x)} = \lim_{x \to \infty} \frac{g'(x)}{h'(x)}}$$

3. Regel von L'Hospital

Voraussetzungen:

(1) $\lim\limits_{x \to x_0} h(x) = \infty$ (2) $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{g'(x)}{h'(x)} \in \mathbb{R}$ existiert

Behauptung:

$$\boxed{\lim_{x \to x_0} \frac{g(x)}{h(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{g'(x)}{h'(x)}}$$

4. Regel von L'Hospital

Voraussetzungen:

(1) $\lim\limits_{x \to \infty} h(x) = \infty$ (2) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{g'(x)}{h'(x)} \in \mathbb{R}$ existiert

Behauptung:

$$\boxed{\lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{h(x)} = \lim_{x \to \infty} \frac{g'(x)}{h'(x)}}$$