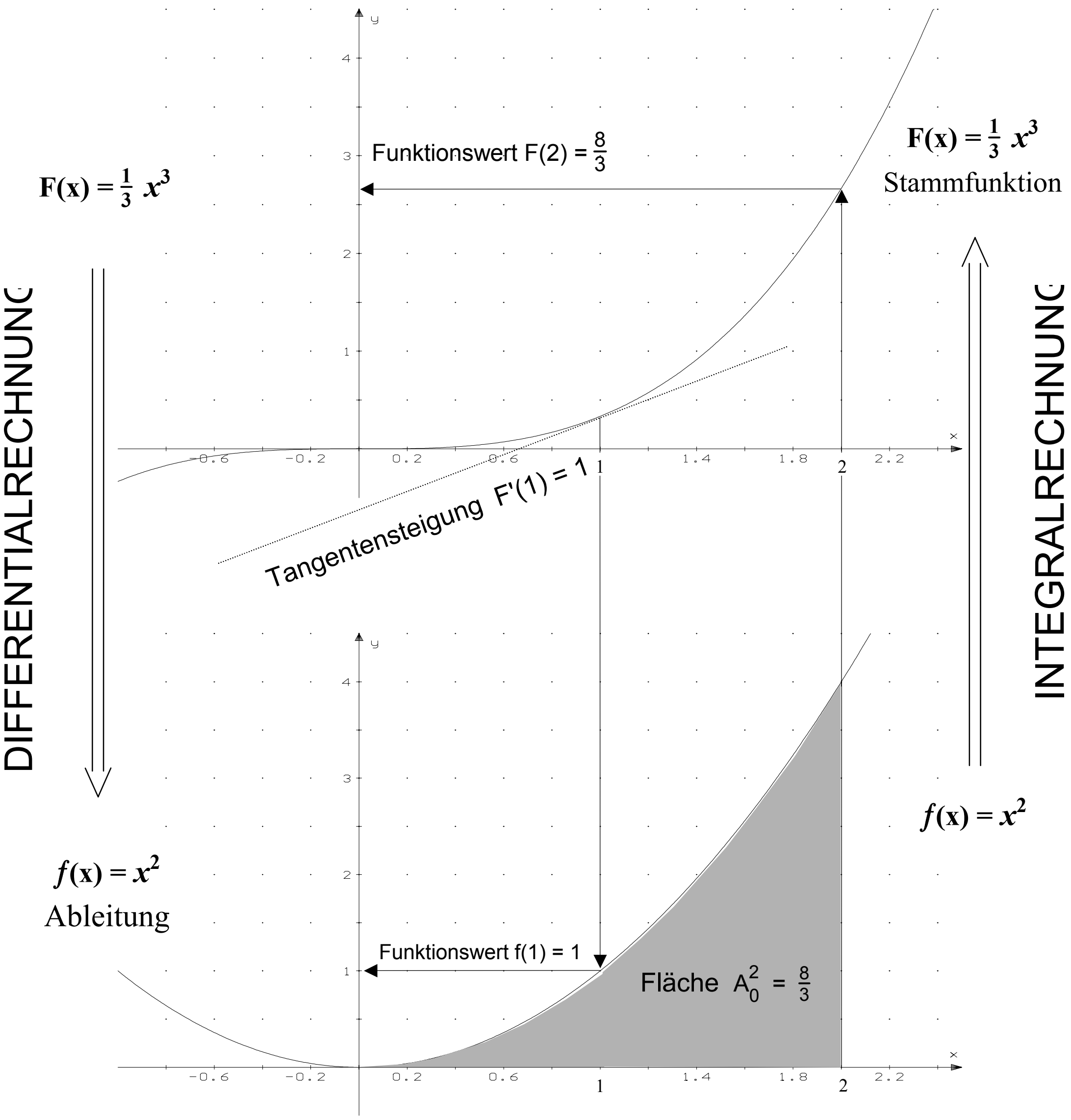
Zusammenhang von Differentialrechnung und Integralrechnung

Wenn wir die Funktion $f(x) = x^2$ betrachten; so stellt die Funktion $F(x) = \frac{1}{3}x^3$ eine *Stammfunktion* zu f dar; d.h. F(x) ist eine Funktion; deren *Ableitung* wieder $f(x)$ ist: $F'(x) = f(x)$. Beide Funktionen stehen dabei in dem folgenden Zusammenhang:



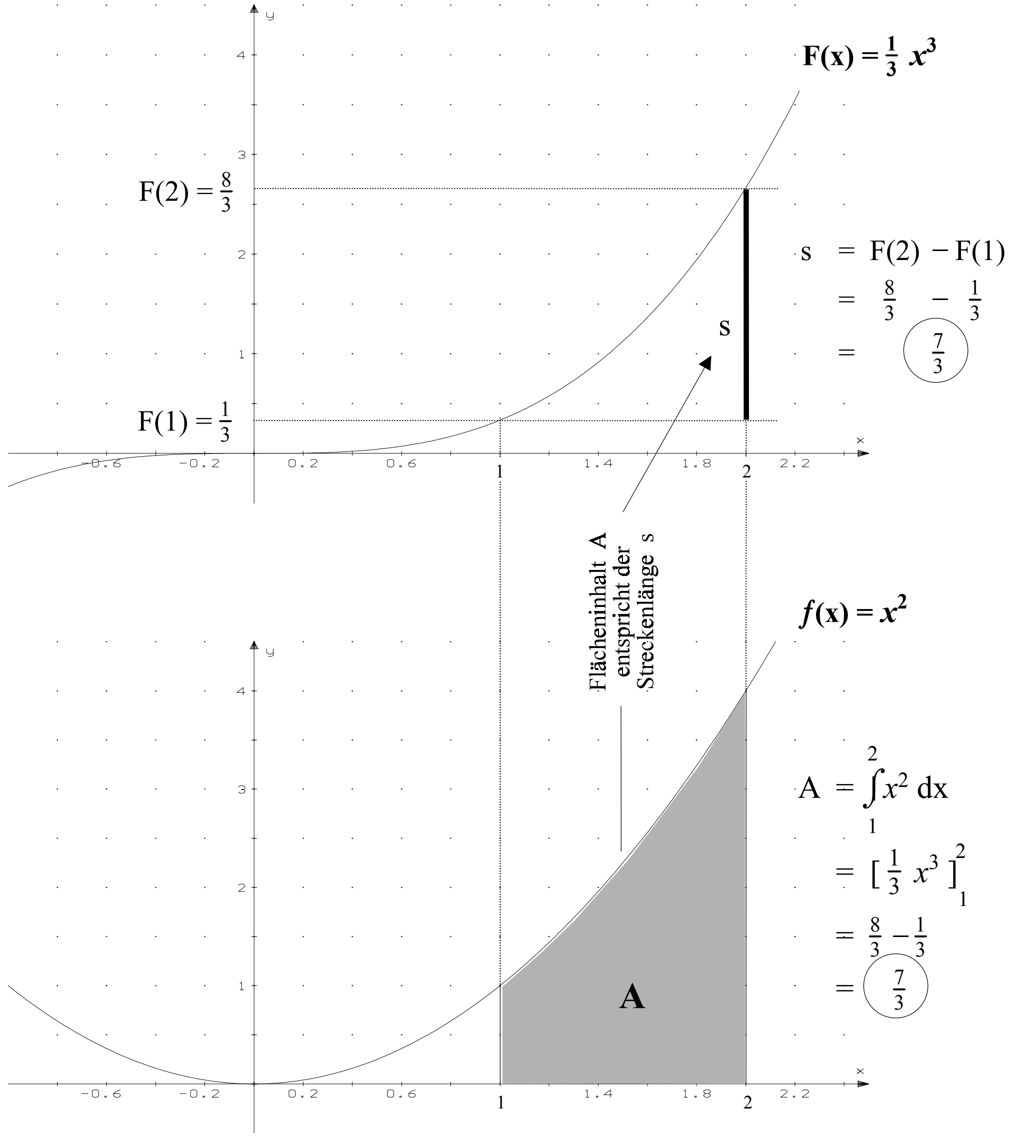
Bei der **Differentialrechnung** wird zu jeder Stelle x die **Steigung der Tangente** F'(x) der Funktion F(x) gesucht. Sie ist der Funktionswert der Ableitung $F'(x) = f(x)$. Hier in unserem Beispiel haben wir: $F'(1) = 1^2 = f(1) = 1$.

Bei der **Integralrechnung** wird zu jeder Stelle x der **Flächeninhalt** A_0^x unter $f(x)$ gesucht. Er ist der Funktionswert der Flächenfunktion F(x); deren Ableitung wieder $f(x)$ ist. Hier in unserem Beispiel haben wir $F(2) = \frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$

© Wi

Der geometrische Zusammenhang von $f(x) = x^2$ und $F(x) = \frac{1}{3}x^3$

Es gilt $F'(x) = f(x)$. Wir stellen den bekannten Zusammenhang zwischen der Randfunktion $f(x) = x^2$ und ihrer Stammfunktion $F(x) = \frac{1}{3}x^3$ einmal geometrisch dar:



Der Flächeninhalt A unterhalb von $f(x)$ in den Grenzen 1 und 2:

$$A = \int_1^2 x^2\,dx = \left[\tfrac{1}{3}x^3\right]_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$= \left[F(x)\right]_1^2 = F(2) - F(1) = s$$

ist also gleich der Streckenlänge s zwischen den beiden Funktionswerten F(2) und F(1).